



Werkrealschulabschlussprüfung und Werkrealschulabschlussprüfung für Schulfremde

Prüfungsfach: Mathematik

Haupttermin 2018

Bolay

Blatt 1 von 6

Nachname:

Vorname:

Prüfungsteil 2: Wahlaufgaben

Arbeitszeit: **180 Minuten**

Hilfsmittel: Zeichengeräte
Formelsammlung
Taschenrechner

Bearbeitungshinweise für die Schülerinnen und Schüler:

- Der zweite Prüfungsteil besteht aus vier Aufgaben, jeweils mit a-, b- und c-Teil. Von diesen Aufgaben müssen jeweils drei a-Teile, drei b-Teile und drei c-Teile bearbeitet werden.
- Bei jedem Aufgabenteil können 2 Punkte erreicht werden.
- Werden mehr als drei a-Teile, drei b-Teile und drei c-Teile bearbeitet, so werden jeweils die drei Teilaufgaben mit der höchsten Punktzahl gewertet.
- Insgesamt können bei den Wahlaufgaben 18 Punkte erreicht werden.
- Für jeden Aufgabenteil ist ein gesondertes Blatt zu verwenden.
- Der Lösungsweg muss nachvollziehbar dargestellt sein.
- Die Ergebnisse sind sinnvoll gerundet anzugeben.

Wahlaufgabe 1

a) In einer Kiste befinden sich sechs blaue, vier grüne und eine schwarze Kugel. Es wird **zweimal ohne Hinschauen** und **ohne Zurücklegen** gezogen.

- Erstellen Sie dazu ein Baumdiagramm.
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit zuerst eine schwarze und dann eine grüne Kugel zu ziehen?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit zwei gleichfarbige Kugeln zu ziehen?

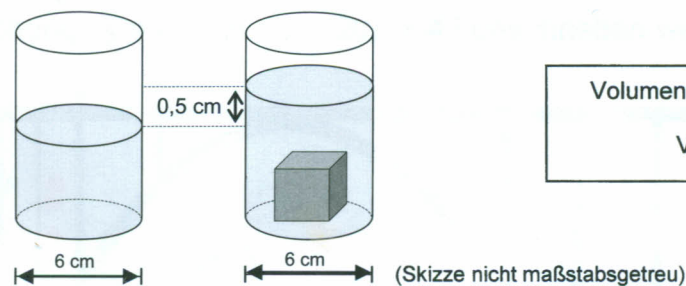
b) 200 Millionen Menschen nutzten im April 2013 einen Messaging-Dienst*. Die Zahl der Nutzer stieg anschließend um **6% pro Monat**.

*Messaging-Dienste:
z.B. WhatsApp, Skype,
Facebook Messenger,
Snapchat...

- Wie viele Menschen nutzten nach 24 Monaten den Messaging-Dienst?
- Nach wie vielen Monaten hatte der Messaging-Dienst bei gleichem Wachstum erstmals mehr als 300 Millionen Nutzer?
- Berechnen Sie die jeweilige **monatliche Zunahme** der Nutzer für die Monate Mai bis Oktober 2013 und stellen Sie diese in einem aussagekräftigen Diagramm dar.

TK

c) Ein Metallwürfel wird in ein mit Wasser gefülltes zylinderförmiges Gefäß gegeben. Der Wasserspiegel steigt dadurch um 0,5 cm an.



Volumen der verdrängten Flüssigkeit
=
Volumen des Würfels

- Berechnen Sie die Kantenlänge des Metallwürfels.

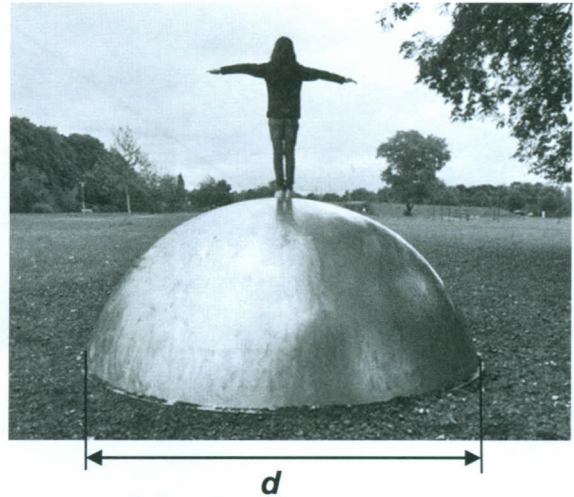
Die Kantenlänge **eines Würfels A** ist doppelt so lang wie die **eines Würfels B**.

- Vergleichen Sie das Volumen der beiden Würfel prozentual.

Wahlaufgabe 2

a) Das abgebildete Mädchen ist etwa 1,45 m groß.

- Ermitteln Sie **das Volumen und die Oberfläche** (ohne die kreisförmige Grundfläche) der **Halbkugel**.



Ein Kreis hat den Radius $r = 2,4$ m.

- Bestimmen Sie den Flächeninhalt des **größtmöglichen regelmäßigen Fünfecks**, das in den Kreis passt.

b) Ein Gebrauchtwagen kostet 6 500 €. Von seinen Eltern bekommt Julian 2 000 € für die Anzahlung. Den Rest finanziert er über einen Ratenkredit.

Anzahlung: 2 000,00 €
 monatlich Rate: 100,00 €
 Zins: 3,6 % p.a.

- Ergänzen Sie die Tabelle für die ersten sechs Monate der Kreditlaufzeit.

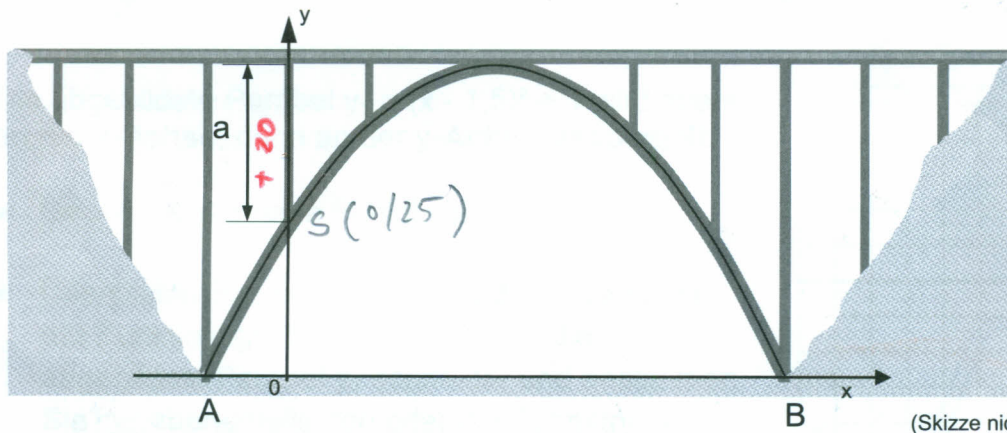
Monat	Kredit in € Monatsanfang	Rate in €	Zins in €	Tilgung in €	Kredit in € Monatsende

TK

- Welcher Betrag des Kredits ist nach 6 Monaten **getilgt**?

c) Der Bogen der abgebildeten Talbrücke kann durch die Funktionsgleichung $y = -0,05 \cdot (x - 20)^2 + 45$ beschrieben werden.

1 Längeneinheit entspricht 1 m



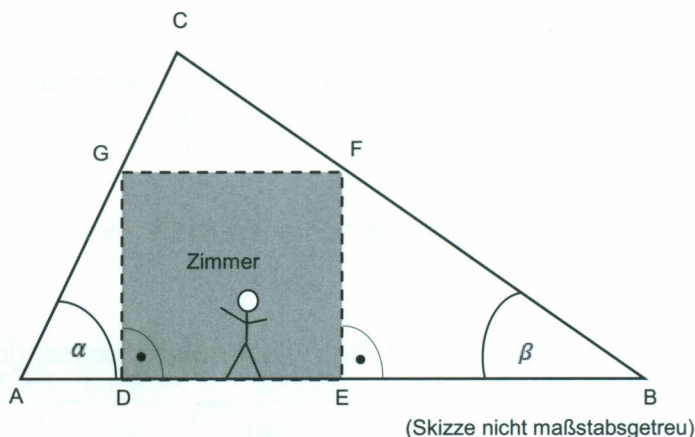
(Skizze nicht maßstabsgetreu)

- Berechnen Sie den Abstand zwischen Punkt A und Punkt B.
- Berechnen Sie die Strecke a auf der y-Achse.

Wahlaufgabe 3

- a) Im Dachbereich eines Hauses ist ein Zimmer eingebaut.

$\overline{AB} = 8,5 \text{ m}$
$\overline{BE} = 3,8 \text{ m}$
$\overline{EF} = \overline{DG}$
$\alpha = 55^\circ$
$\beta = 33^\circ$



- Berechnen Sie \overline{EF} .

Um das Zimmer zu vergrößern soll die Strecke \overline{EF} genau 2,2 m betragen.

- Berechnen Sie nun die maximale Länge der Strecke \overline{DE} .

- b) Im Jahr 2010 wurden für Kaffeemaschinen 6 600 t Kaffee in Kapseln verkauft. 2015 waren es 20 900 t Kaffee.

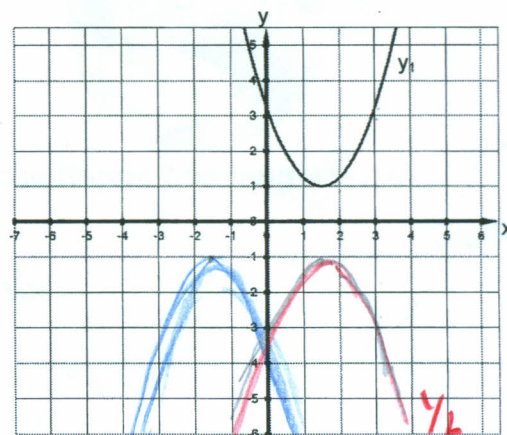
- Berechnen Sie das durchschnittliche jährliche Wachstum für die Zeit von 2010 bis 2015 in Prozent.

Für die Jahre 2016, 2017 und 2018 wird mit einem durchschnittlichem jährlichen Wachstum von 23% gerechnet.

- Wie viele Kapseln werden im Jahr 2018 verkauft, wenn jede Kaffeekapsel 7 g Kaffee enthält?

- c) Die abgebildete Parabel $y_1 = (x - 1,5)^2 + 1$ wird zuerst an der **x-Achse**, dann an der **y-Achse gespiegelt**.

- Geben Sie die neue Funktionsgleichung an.
- Überprüfen Sie rechnerisch, ob die Gerade mit der Funktionsgleichung $y = -4x + 7$ die abgebildete Parabel y_1 schneidet und bestimmen Sie gegebenenfalls den oder die Schnittpunkte.



Wahlaufgabe 4

a) Im 17. Jahrhundert besiedelten Holländer das Gebiet des heutigen New Yorks. 1626 kauften sie die Insel Manhattan von den Indianern. Sie bezahlten mit Waren im Wert von 24 Dollar.

- Bestimmen Sie den Wert der Insel im Jahr 2018 bei einer angenommenen jährlichen Wertsteigerung von 5%.

Die folgende Tabelle zeigt die Einwohnerzahlen von New York City.

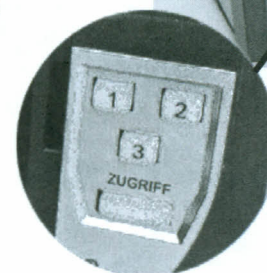
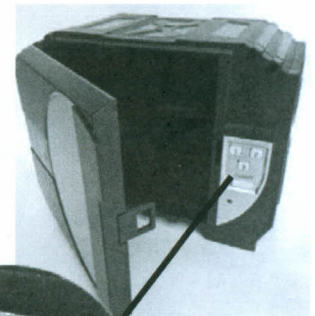
Jahr	1800	1850	1900	1950	2000
Einwohner	60 515	515 547	3 437 202	7 891 957	8 008 278

(Quelle: NYC Government)

- In welchem Zeitabschnitt war die prozentuale Zunahme der Bevölkerung am größten? Berechnen Sie den entsprechenden Prozentsatz.

b) Patrick kauft sich einen Spielzeugsafe. Dieser hat 3 Tasten, die mit 1, 2 und 3 beschriftet sind (siehe Abbildung). Es können damit 3-stellige Kombination gebildet werden.

- Wie viele unterschiedliche Kombinationen gibt es, bei der eine Zahl **genau** zweimal vorkommt? Die Zahlenfolge muss beachtet werden.



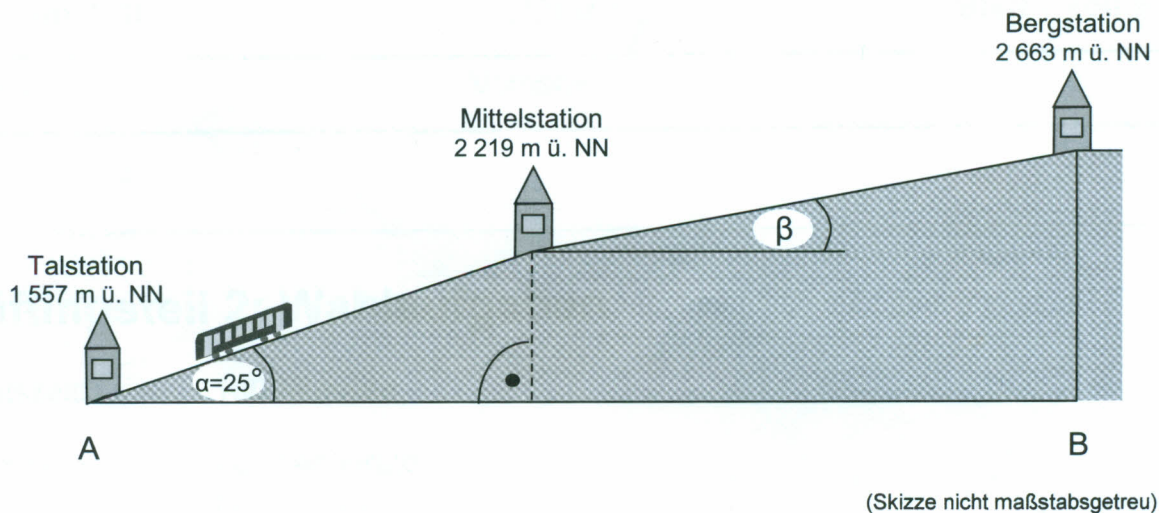
Der „Innenraum“ des Safes hat ein Volumen von $1\,755\text{ cm}^3$.

Eine quadratische Pyramide hat das gleiche Volumen.

Bei dieser Pyramide ist die Seitenlänge a der Grundfläche **doppelt so lang** wie die Körperhöhe h .

- Berechnen Sie die Höhe h der quadratischen Pyramide.

c) Eine Bergbahn fährt von der Talstation über die Mittelstation zur Bergstation.

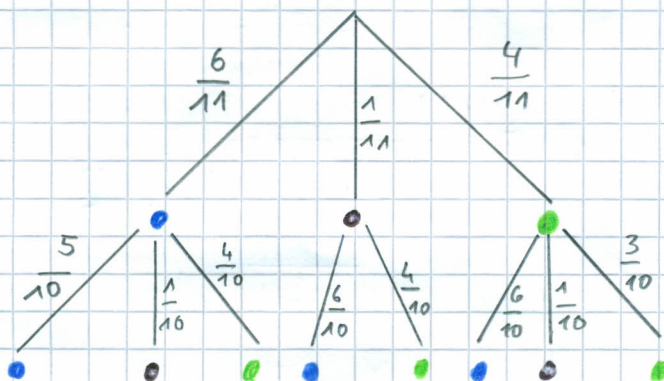
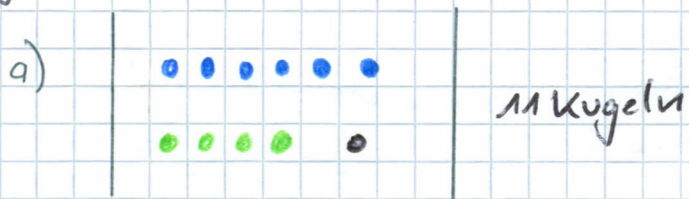


- Berechnen Sie die Streckenlänge zwischen der Tal- und der Mittelstation.

Die Strecke zwischen Mittel- und Bergstation beträgt 2188 m.

- Berechnen Sie den Winkel β .
- Berechnen Sie den Abstand \overline{AB} .

Aufgabe 1



0,75

$$\bullet\bullet : \frac{1}{11} \cdot \frac{4}{10} = \frac{4}{110} = 0,036$$

3,6% 0,5

2 gleichfarbige Kugeln:

$$\bullet\bullet : \frac{6}{11} \cdot \frac{5}{10} = \frac{30}{110}$$

$$\bullet\bullet : \frac{4}{11} \cdot \frac{3}{10} = \frac{12}{110}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{30}{110} \\ \frac{12}{110} \end{array} \right\} \frac{42}{110} =$$

0,75
0,382 38,2%

b) 1. $W_0 = 200\,000\,000$

ges W_{24}

$$p = 6\% \text{ pro Monat}$$

$$n = 24 \text{ Monate}$$

0,5

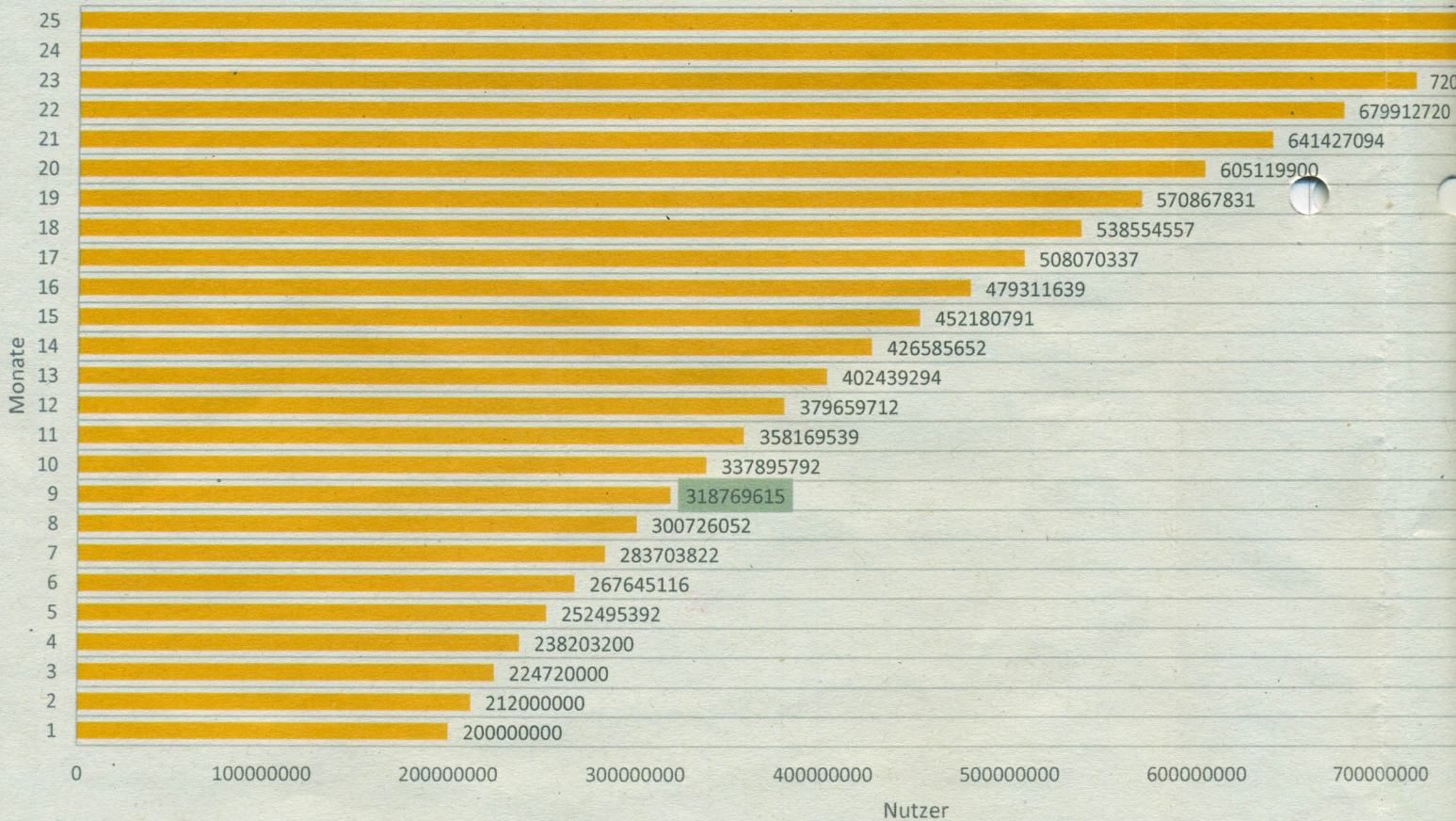
$$q = 1 + \frac{6}{100} = 1,06$$

$$W_{24} = 200\,000\,000 \cdot 1,06^{24} = 809\,786\,928$$

2.

s. Computer

Monat	Nutzer	Wachstum p = 6%	Zunahme
0	200000000	0,06	12000000
1	212000000	0,06	12720000
2	224720000	0,06	13483200
3	238203200	0,06	14292192
4	252495392	0,06	15149724
5	267645116	0,06	16058707
6	283703822	0,06	17022229
7	300726052	0,06	18043563
8	318769615	0,06	19126177
9	337895792	0,06	20273748
10	358169539	0,06	21490172
11	379659712	0,06	22779583
12	402439294	0,06	24146358
13	426585652	0,06	25595139
14	452180791	0,06	27130847
15	479311639	0,06	28758698
16	508070337	0,06	30484220
17	538554557	0,06	32313273
18	570867831	0,06	34252070
19	605119900	0,06	36307194
20	641427094	0,06	38485626
21	679912720	0,06	40794763
22	720707483	0,06	43242449
23	763949932	0,06	45836996
24	809786928	0,06	48587216



$$c) 1) V_{Wu} = V_{Ke}$$

$$\text{Kegel: } d = 6 \text{ cm} \Rightarrow r = 3 \text{ cm}$$

$$h = 0,5 \text{ cm}$$

$$V_{Ke} = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot (3 \text{ cm})^2 \cdot 0,5 \text{ cm} \\ = 14,14 \text{ cm}^3$$

$$V_{Wu} = a^3 = 14,14 \text{ cm}^3 \quad | \sqrt[3]{\quad}$$
$$a = 2,42 \text{ cm}$$

$$2) \text{ Würfel A: } a = 2x$$

$$\text{Würfel B: } a = x$$

$$V_{WA} : (2x)^3 = 8x^3$$

$$V_{WB} : x^3 = x^3$$

$$\text{Würfel B: } 100\%$$

$$\text{Würfel A: } 800\%$$

↓ +700%

809786928

763949932

720707483

2720

800000000

900000000

Aufgabe 2

$$h_M = 1,45 \text{ m}$$

$$x = d = 5,2 \text{ cm}$$

a) $2 \text{ cm} \hat{=} 1,45 \text{ m}$

① $5,2 \text{ cm} \hat{=} x$

$$x = \frac{1,45 \text{ m} \cdot 5,2 \text{ m}}{2} = 3,77 \text{ m}$$

$$d = 3,77 \text{ m} \Rightarrow r = 1,89 \text{ m}$$

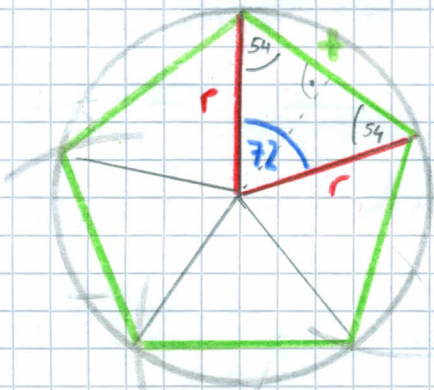
$$V_{\text{Kug}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (1,89 \text{ m})^3 = 28,28 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{Halbkugel}} = 28,28 \text{ m}^3 : 2 = \underline{14,14 \text{ m}^3}$$

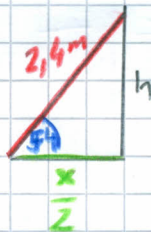
$$O_{\text{Kug}} = 4\pi r^2 = 4 \cdot \pi \cdot (1,89 \text{ m})^2 = 44,89 \text{ m}^2$$

$$O_{\text{Halbkugel}}: 44,89 \text{ m}^2 : 2 = \underline{22,45 \text{ m}^2}$$

②



$$\alpha = 360^\circ : 5 = 72^\circ$$



$$\sin 54 = \frac{h}{2,4 \text{ m}} \quad | \cdot 2,4$$

$$h = \sin 54 \cdot 2,4 \text{ m} = 1,94 \text{ m}$$

$$\cos 54 = \frac{\frac{x}{2}}{2,4} \quad | \cdot 2,4$$

$$2,4 \cdot \cos 54 = \frac{x}{2} = 1,41 \text{ m}$$

$$x = 2,82 \text{ m}$$

$$A_{\Delta} = \frac{1}{2} x \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 2,82 \text{ m} \cdot 1,94 \text{ m} = 2,74 \text{ m}^2$$

$$\text{Fünfeck: } 5 \cdot A_{\Delta} = 5 \cdot 2,74 \text{ m}^2 = 13,68 \text{ m}^2$$

Wahlaufgabe 2b

Anschaffungspreis:	6.500 €
Anzahlung:	2.000 €
Kredit	4.500 €

0,25

Monat	Kredit Monats	Rate [€]	Zins [€]	Tilgung [€]	Kredit Monatsende [€]
1	4500,00	100,00	13,50	86,50	4413,50
2	4413,50	100,00	13,24	86,76	4326,74
3	4326,74	100,00	12,98	87,02	4239,72
4	4239,72	100,00	12,72	87,28	4152,44
5	4152,44	100,00	12,46	87,54	4064,90
6	4064,90	100,00	12,19	87,81	3977,09
				522,91	

0,5

0,25

0,25

0,5

0,25

$$c) \quad y = -0,05 (x - 20)^2 + 45$$

A und B sind Nullstellen der Parabel

$$-0,05 (x - 20)^2 + 45 = 0$$

$$-0,05 (x^2 - 40x + 400) + 45 = 0 \quad | : -0,05$$

$$x^2 - 40x + 400 - 900 = 0$$

$$x^2 - 40x - 500 = 0 \quad p = -40 \quad q = -500$$

$$x_{1/2} = \left(-\frac{-40}{2} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{-40}{2} \right)^2 - (-500)}$$

$$20 \pm \sqrt{400 + 500}$$

$$20 \pm \sqrt{900}$$

$$20 \pm 30$$

$$x_1 = 50$$

$$x_2 = -10$$

$$B: (50 \mid 0)$$

$$A: (-10 \mid 0)$$

\updownarrow 60 m

Schnittpunkt mit der y-Achse: $x = 0$

$$y = -0,05 (0 - 20)^2 + 45 = 25$$

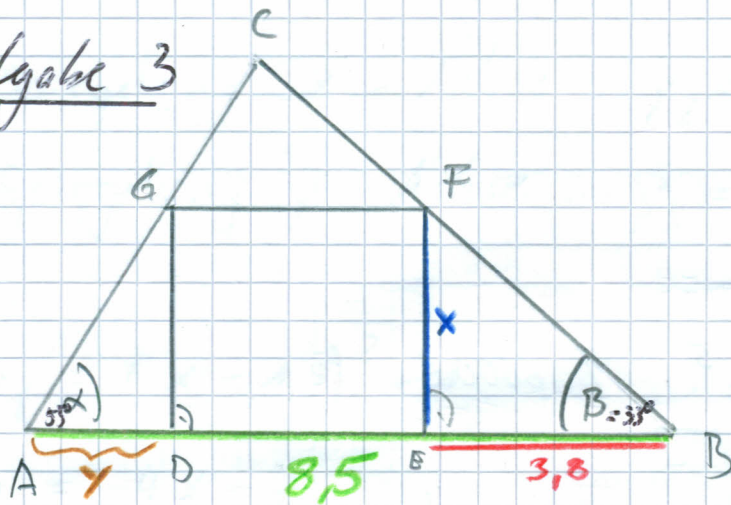
$$S(0 \mid 25)$$

$$25 + a = 45$$

$$a = 45 - 25 = 20 \text{ m}$$

Aufgabe 3

①



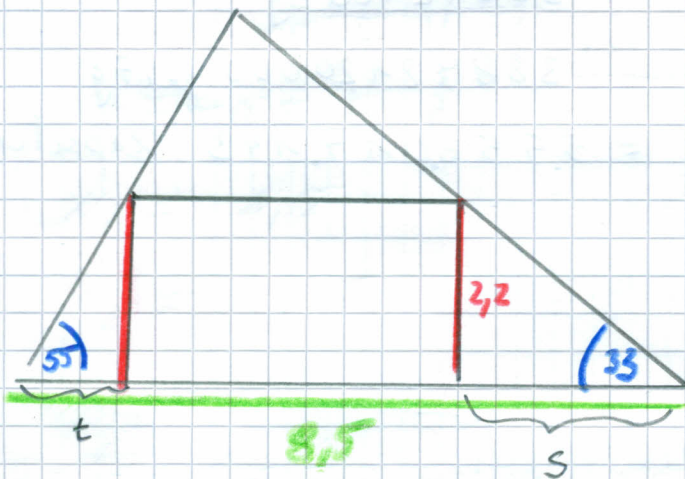
$$\tan 33 = \frac{x}{3,8m} \quad | \cdot 3,8$$

$$x = 3,8m \cdot \tan 33 = 2,47m$$

0,75

$$\textcircled{2} \quad \tan 55^\circ = \frac{x}{y} = \frac{2,47m}{y} \quad | \cdot y : \tan 55$$

$$y = \frac{2,47}{\tan 55} = 1,73m$$



$$\tan 33^\circ = \frac{2,2m}{s} \quad | \cdot s : \tan 33$$

$$s = \frac{2,2m}{\tan 33} = 3,39m \quad 0,5$$

$$\tan 55 = \frac{2,2m}{t} \quad | \cdot t : \tan 55$$

$$t = \frac{2,2}{\tan 55} = 1,54m \quad 0,5$$

$$\begin{aligned} DE &= 8,5m - t - s \\ &= 8,5m - 3,39m - 1,54m \end{aligned}$$

$$DE = 3,57m$$

$$b) 1.) W_0 = 6600t$$

ges: P

$$W_5 = 20900t$$

$$n=5$$

$$W_5 = W_0 \cdot q^5$$

$$20900t = 6600t \cdot q^5 \quad | : 6600t$$

$$q^5 = 3,17 \quad | \sqrt[5]{\quad}$$

$$q = 1,26$$

$$(1,259)$$

\Rightarrow

$$P = 26\%$$

$$(25,9\%)$$

$$2) W_0 = 20900t$$

$$n = 3$$

$$P = 23\% \quad \Rightarrow \quad q = 1,23$$

$$W_3 = 20900t \cdot 1,23^3 = 38892,12t$$

$$38892120 \text{ kg}$$

$$38892120000 \text{ g} : 7g$$

$$= 5.556.017,143 \text{ Kapseln}$$

$$c) \quad y_1 = (x - 1,5)^2 + 1$$

$$\text{Spiegelung } x\text{-Achse: } \underline{y_2} = -(x - 1,5)^2 - 1 \quad 0,25$$

$$\text{Spiegelung } y\text{-Achse: } \underline{y_3} = -(x + 1,5)^2 - 1 \quad 0,25$$

$$\text{I } y_1 = (x - 1,5)^2 + 1$$

$$\text{II } y = -4x + 7$$

$$\text{I} = \text{II} \quad (x - 1,5)^2 + 1 = -4x + 7$$

$$x^2 - 3x + 2,25 + 1 = -4x + 7$$

$$x^2 - 3x + 3,25 = -4x + 7 \quad | +4x - 7$$

$$x^2 + x - 3,75 = 0$$

$$p = 1$$

$$q = -3,75$$

$$x_{1/2} = \left(-\frac{1}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - (-3,75)}$$

$$= -0,5 \pm \sqrt{4}$$

$$= -0,5 \pm 2$$

$$\text{III } x_1 = 1,5$$

$$x_2 = -2,5$$

$$\text{III in II: } y_1 = -4(1,5) + 7 = 1 \quad S_1(1,5/1)$$

$$y_2 = -4(-2,5) + 7 = 17 \quad S_2(-2,5/17)$$

Aufgabe 4 a) $W_0 : 24 \$$

1626

ges W_n

2018

3927

$p = 5\% \rightarrow q = 1,05$

$n = 392$

$W_{392} = W_0 \cdot q^{392} = 24 \$ \cdot 1,05^{392} = 4,857.541.024 \$$
 $= 4,86 \text{ Mrd } \$$

Jahr	1800	1850	1900	1950	2000
GW	60 515	515 547	3 437 202	7 891 957	8 008 278
		851,9%	666,71%	229,6%	101,47%
		+751,9%	+556,71%	+129,6%	+1,47%

$60\ 515 \stackrel{!}{=} 100\%$

$1 =$

$515\ 547 = 851,9\%$

$\downarrow : 60\ 515$
 $\downarrow \cdot 515\ 547$

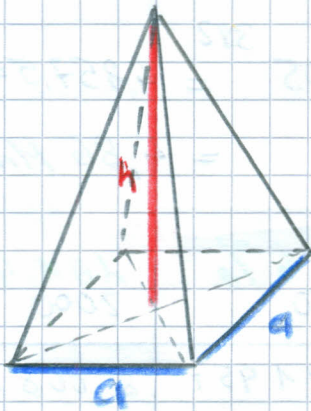
+751,9%

b) 112, 113, 121, 131, 211, 311
 221, 223, 212, 232, 122, 322
 331, 332, 313, 323, 133, 233

0,75
 0,75

18 Möglichkeiten

$$V = 1755 \text{ cm}^3$$



$$h = \frac{a}{2}$$

$$V_{Py} = \frac{1}{3} a \cdot a \cdot h = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \frac{1}{2}$$

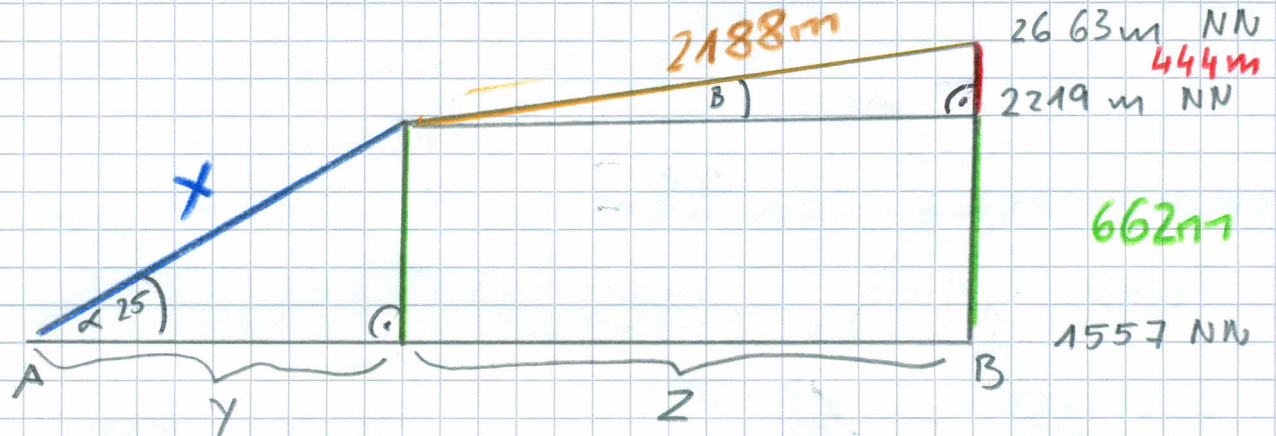
$$1755 \text{ cm}^3 = a^3 \cdot \frac{1}{6} \quad | \cdot 6$$

$$10530 \text{ cm}^3 = a^3 \quad \sqrt[3]{\quad}$$

$$a = 21,92 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow h = \frac{a}{2} = \frac{21,92 \text{ cm}}{2} = 10,96 \text{ cm}$$

c)



$$1) \quad \sin 25^\circ = \frac{662 \text{ m}}{x} \quad | \cdot x ; \sin 25$$

$$x = \frac{662 \text{ m}}{\sin 25} = \underline{1566,43 \text{ m}}$$

0,25

$$2) \quad \sin \beta = \frac{444 \text{ m}}{2188 \text{ m}} = 0,203$$

$$\beta = 11,71^\circ$$

0,5

$$\overline{AB} = y + z = 1419,67 \text{ m} + 2142,48 \text{ m} = \underline{3562,15 \text{ m}}$$

$$y^2 = (1566,43 \text{ m})^2 - (662 \text{ m})^2 = 2015458,95 \text{ m}^2 / \sqrt{\quad}$$

$$y = 1419,67 \text{ m}$$

0,75

$$z^2 = (2188 \text{ m})^2 - (444 \text{ m})^2 = 4590208 \text{ m}^2$$

$$z = 2142,48 \text{ m}$$